الكفاءة القبلية: معامل التوجيه

الكفاءة المستهدفة: معرفة العدد المشتق للدوال المرجعية المقرّرة من أجل قيمة 

المدة: 03 ساعة

الثانية تسيير واقتصاد

المحور: الاشتقاقية

الموضوع: العدد المشتق

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مراحل الدرس** | **الــــــــــــــــــــــدرس** | **ملاحظات** |
|  | * **معامل توجيه مستقيم**     نشاط 01 ص 144   * العدد المشتق     نشاط 02  دالة معرفة على  بالعبارة:  و  عدد حقيقي غير معدوم   1. عين صور الأعداد:  ،  ، 2. أ- أحسب  ،  ،  ،  ب- لما يقترب  من الصفر إلى أي قيمة تقترب ؟ 3. أ- أحسب النسبتين:  ،  ب- لما يقترب  من الصفر إلى أي قيمة تقترب النسبة   مناقشة النشاط (سؤال 1-2)  دالة معرفة على  بالعبارة:   1. تعيين صور الأعداد:  ،  ،          1. أ- حساب  ،  ،  ،   ،  ،  ،  ب- نلاحظ أنه: لما يقترب  من الصفر تقترب  من العدد أي 1.  ونكتب:  وتقرأ: نهاية  عندما يؤول  إلى 0 تساوي  **النهاية عند 0**  نقبل أن: إذا كانت الدالة  معرفة على مجال  يشمل العدد  فإن حساب نهاية  عند  يؤول على حساب ونكتب  **مثال:**    **،**  مناقشة نشاط (س3)" تابع"   1. أ- حساب النسبتين:  ،       نسمي هاتين النسبتين بنسبة تزايد الدالة بين عددين حقيقين  ب- لما يقترب  من الصفر تقترب النسبة  من:    يسمى العدد  بالعدد المشتق للدالة  عند  ونرمز له بالرمز  **تعريف:**  و عددان حقيقيان مختلفان من المجال . نسبة تزايد الدالة بين و  هي النسبة    **ملاحظة:**  نسبة تزايد الدالة بين العددين  و عددين حقيقين هي:  **مثال:**  دالة معرفة على  بالعبارة:   1. أحسب نسبة تزايد الدالة بين العددين  و  وبين العددين  و   **العدد المشتق عند:**  **مبرهنة وتعريف:**  دالة معرفة على مجال من. عدد من .القول إن الدالةقابلة للاشتقاق عند العدد معناه الدالة: تقبل نهاية حقيقية  عند.  أي  يسمى العدد المشتق للدالة  في العدد  ونرمز له بـ  **مثال:**   1. لتكن الدالة  معرفة على  بــــــــ:  . أحسب . 2. لتكن الدالة  معرفة على  بــــــــ:  . أحسب .     تمرين:  أحسب العدد المشتق للدالة  عند القيمة  في كل حالة:   1. ؛  . 2. ؛  . 3. ؛ 4. ، 5. ، |  |

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: التفسير البياني و الاقنصادي للعدد المشتق

معيّنة .

المدة: 01 ساعة

الثانية تسيير واقتصاد

المحور: الاشتقاقية

الموضوع: معادلة المماس

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مراحل الدرس** | **الــــــــــــــــــــــدرس** | **ملاحظات** |
|  | **نشاط**  دالة معرفة على  بالعبارة:  ،  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  ،  مستقيم يمس  المنحنى  عند النقطة التي فاصلتها     1. أحسب . 2. عين معامل توجيه المستقيم  ثم  اكتب معادلة له. 3. ماذا تستنتج؟   **تعريف:**  إذا قبلت الاشتقاق عند فإن تمثيلها البياني يقبل عند النقطة مماسا معامل توجيهه  ومعادلته:  **مثــــــــــال:**  ليكن  التمثيل البياني للدالة  المعرفة  على بــــــــ:   * أحسب العدد المشتق للدالة  عند  . * أكتب معادلة المماس  للمنحنى  عند النقطة ذات الفاصلة   **التفسير الاقتصادي للعدد المشتق**  - في الاقتصاد لدينا اصطلاحا مؤسسة تنتج  وحدة إنتاجية نرمز لدالة الكلفة الإجمالية بالرمز  -الكلفة الثابتة للوحدة هي التي نحصل عليها بتعويض  في دالة الكلفة الإجمالية أي   * الكلفة الهامشية للإنتاج هي تزايد الكلفة الناتج عن صنع وحدة إضافية وهي العدد المشتق لدالة الكلفة الاجمالية تعطى الكلفة الهامشية بالعلاقة:     **مثال:**  ينتج مصنع أجهزة للتدفئة الكلفة الاجمالية  بالدنانير لــ جهازا منتجا معرفا كمايلي:  .   * أحسب الكلفة الهامشية للوحدة الرابعة المنتجة. * أحسب الكلفة الهامشية للوحدة التاسعة المنتجة.   **الحل:**    حساب الكلفة الهامشية للوحدة الرابعة المنتجة:  لدينا:  ولدينا:    ،  ومنه:  إذن الكلفة الهامشية للوحدة الرابعة المنتجة هي 81 دينارا.  حساب الكلفة الهامشية للوحدة التاسعة المنتجة:    إذن الكلفة الهامشية للوحدة التاسعة المنتجة هي 451 دينارا.  تطبيق (واجب منزلي)  ليكن  التمثيل البياني لدالة  المعرفة على  موضح في الشكل المقابل و  مماس للمنحنى عند النقطة    **بقراءة بيانية عين:**   1. ،  ،  و 2. أكتب معادلة للمستقيم 3. حلول المعادلة 4. القيمة الحدية للدالة  على المجال 5. أ- شكل جدول تغيرات الدالة . ب- استنتج إشارة 6. عين إشارة   الحل:  القراءة البيانية:   1. تعيين  ،  ،  و   ،  ،  (قيمة حدية)  لدينا:  ومنه:   1. كتابة معادلة للمستقيم   ومنه:  حلول المعادلة  حلول المعادلة  هي فواصل نقط تقاطع  مع حامل محور الفواصل ومنه:  ،  إذا:   1. القيمة الحدية للدالة  على المجال   الدالة  تقبل قيمة حدية كبرى على المجال  هي: 0   1. أ- تشكيل جدول تغيرات الدالة .    ب- استنتج إشارة      1. عين إشارة |  |

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: الدالة المشتقة لدالة قابلة للاشتقاق على مجال

المدة: 02 ساعة

الثانية تسيير واقتصاد

المحور: الاشتقاقية

الموضوع: الدوال المشتقة

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مراحل الدرس** | **الــــــــــــــــــــــدرس** | **ملاحظات** |
|  | **الدالة المشتقة:**  **تعريف:**  دالة معرفة على مجال من.  نقول إن الدالة قابلة للاشتقاق علىإذا وفقط إذا كانت قابلة للاشتقاق عند كل نقطة من**.**  تسمى الدالة التي ترفق بكل من العدد المشتق الدالة المشتقة للدالة على**.**  ويرمز لها **بـِ .**. ونكتب  **مثــــــــــــــــــــــــــــــــال:**  دالة معرفة على  بالعبارة:  حيث عدد حقيقي.  من أجل كل عدد حقيقي ، ومن اجل كل عدد حقيقي  غير معدوم، لدينا:ومنه  وعليه:.  إذا: الدالة الثابتة قابلة للاشتقاق على ودالتها المشتقة:.  ا**لدوال المشتقة لدوال مألوفة:**  **نشاط**  دالة و  عدد حقيقي أحسب النسبة  في كل حالة من الحالات الاتية ثم استنتج  :         استنتج الدالة المشتقة لكل من الدوال السابقة.  **مناقشة النشاط**  **حساب النسبة**  واستنتاج  في كل حالة:   1. من أجل كل عدد حقيقي ، ومن اجل كل عدد حقيقي  غير معدوم، لدينا:ومنه  وعليه:.   إذا: الدالة التآلفية  قابلة للاشتقاق على ودالتها المشتقة:   1. من أجل كل عدد حقيقي ، ومن اجل كل عدد حقيقي  غير معدوم، لدينا: ومنه  وعليه:.   إذا: الدالة المربع قابلة للاشتقاق على ودالتها المشتقة:  .   1. من أجل كل عدد حقيقي  غير معدوم، ومن اجل كل عدد حقيقي  غير معدوم، لدينا:وعليه:   إذا: الدالة مقلوب  قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها ودالتها المشتقة:   1. من أجل كل عدد حقيقي  من ، لدينا:وعليه:   إذا: الدالة  قابلة للاشتقاق على ودالتها المشتقة:  **خلاصة**  الجدول التالي يلخص الدوال المشتقة لدوال مألوفة   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  | ( و ) |  |  |  | |  |  |  |  | 1 |  |  | |  | و | و |  |  |  | مجالات قابلية الاشتقاق |   **ملاحظة:**  الدالتين  و  غير قابلتين للاشتقاق عند 0.  **عمليات على الدوال المشتقة**  ،  دالتان معرفتان على نفس المجال  من ،  عدد حقيقي.   1. **الدالة المشتقة لمجموع دالتين**   **مبرهنة:**  إذا كانت الدالتان و  قابلتين للاشتقاق على المجال فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على  ودالتها المشتقة  معرفة كمايلي:  من أجل كل عدد حقيقي  من ،  **مثال:**   |  |  |  | | --- | --- | --- | | مجالات قابلية الاشتقاق | الدالة | الدالة | |  | ……………. |  | |  | ……………. |  | |  | …………….. |  |  1. **الدالة المشتقة لجداء الدالتين**   **نشاط:**  نعتبر الدالتين  و  المعرفتين على كما يلي: و  1) بسط ما يلي: ثم أحسب  و ،ماذا تستنتج؟  **مبرهنة:**  إذا كانت الدالتان و  قابلتين للاشتقاق على المجال فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على ودالتها المشتقة  معرفة كمايلي:  من أجل كل عدد حقيقي  من ،  **مثال:**   |  |  |  | | --- | --- | --- | | مجالات قابلية الاشتقاق | الدالة | الدالة | |  | ……………. |  | |  | ……………. |  | |  | …………….. |  |   **حالة خاصة:**  إذا كانت قابلة للاشتقاق على المجال فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على ودالتها المشتقة  معرفة كمايلي:  **مثال:**  الدالة  معرفة على  بــ:  قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة:    **ج- الدالة المشتقة لحاصل قسمة دالتين**  **مبرهنة:**  إذا كانت الدالتان و  قابلتين للاشتقاق على المجال حيث من أجل كل عدد حقيقي  من حيث:  فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على  ودالتها المشتقة  معرفة كمايلي:  **مثال:**   |  |  |  | | --- | --- | --- | | مجالات قابلية الاشتقاق | الدالة | الدالة | |  | ……………. |  | |  | ……………. |  | |  | …………….. |  |   **تمارين:** ت 31 ص 193 ، ت 39 ص 194 | اثبات ان الدالتين غير قابلتين للاشتقاق عند الصفر |

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: المشتقة واتجاه التغير

المدة: 03 ساعات

الثانية تسيير واقتصاد

المحور: الاشتقاقية

الموضوع: اتجاه التغير

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مراحل الدرس** | **الــــــــــــــــــــــدرس** | **ملاحظات** |
|  | نشاط  ،  ،  و  دوال معرفة كما يلي:  معرفة على  .  معرفة على  .  معرفة على  .  معرفة على  .  1) ذكر بتغيرات  ،  ،  و  .  2) عين الدوال ،  ،  و  الدوال المشتقة للدوال ،  ،  و  على الترتيب.  3) عين إشارات الدوال ،  ،  و على التوالي.  4) تأكد في كل حالة أنه إذا كانت الدالة متزايدة تماما على مجال فإن مشتقتها موجبة تماما على هذا المجال، وأنه إذا كانت الدالة متناقصة تماما على مجال فإن مشتقتها سالبة تماما على هذا المجال.  **مبرهنة (تقبل دون برهان)**  لتكن دالةمعرفة وقابلة للاشتقاق على مجال  و دالتها المشتقة.  إذا كانت موجبة تماما على المجال فإن الدالة متزايدة تماما على المجال.  إذا كانت سالبة تماما على المجال فإن الدالة متناقصة تماما على المجال.  إذا كانت معدومة على المجال فإن الدالة ثابتة على المجال.  **مثال 01: ت 42 ص 194.**  **مثال 02: ت 43 ص 194.**  **تمرين 01:**    دالة قابلة للاشتقاق على ممثلة بالمنحني.  أدرس إشارة حسب قيم العدد الحقيقي .  **تمرين 02:**  الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة على:  حيث:  المنحني البياني الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.   1. أ- أحسب الدالة المشتقة  للدالة  ثم عين اشارتها. ب- شكل جدول تغيرات الدالة . 2. عين نقط تقاطع المنحني مع محوري الإحداثيات. 3. اكتب معادلة المستقيم  مماس للمنحنى  عند النقطة ذات الفاصلة 1.   ا**لقيم الحدية لدالة**  دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال  ،  عنصر من المجال .  مبرهنة:  إذا انعدمت  عند وغير إشارته فإن الدالة  تقبل قيمة حدية  عند    **مثال01: ت 51 ص 196**  **مثال 02: ت 52 ص 196**  العلاقة بين الكلفة المتوسطة والكلفة الهامشية:   * مشتقة دالة الكلفة الاجمالية  تمثل دالة الكلفة الهامشية * دالة الكلفة المتوسطة هي:   **مثال:**  هي الكلفة الاجمالية (بالدنانير) لإنتاج كمية قدرها مقدرة بالأطنان معرفة على المجال  كمايلي :   1. أحسب الكلفة المتوسطة والكلفة الهامشية للكمية  . 2. انجز جدول تغيرات الدالة  على المجال 3. تحقق انه عندما تكون الكلفة المتوسطة أصغر ما يمكن تكون الكلفة المتوسطة تساوي الكلفة الهامشية |  |